In Search

e-ISSN: 2580-3239
p-ISSN: 2085-7993
Volume 23 No. 2 November 2024

Penerapan Model *Fuzzy* Grey Markov (2,1) Dalam Meramalkan Harga Emas di Indonesia

Arthamevia Najwa Soraya, Firdaniza, Kankan Parmikanti
Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Padjadjaran
Email: arthamevia20001@mail.unpad.ac.id; firdaniza@unpad.ac.id; parmikanti@unpad.ac.id.

Abstrak

Investasi emas saat ini dianggap sebagai hal yang menjanjikan meskipun harga emas yang terus berubah. Hal ini menjadi tantangan bagi para investor untuk memperoleh keuntungan yang optimal, sehingga diperlukan metode peramalan yang tepat untuk meramalkan harga emas di Indonesia. Pada penelitian ini, digunakan pendekatan baru yang belum pernah digunakan, yaitu Model *Fuzzy* Grey Markov (2,1) (MFGM(2,1)). Metode ini merupakan metode gabungan yang memanfaatkan logika *fuzzy* untuk menangani ketidakpastian dalam data, model Grey untuk membentuk model peramalan, dan rantai Markov untuk menentukan matriks peluang transisi keadaan. Pendekatan MFGM(2,1) menarik untuk dikaji karena dapat dipertimbangkan dalam peramalan data yang menunjukkan peningkatan dan penurunan bervariasi, seperti data harga emas yang digunakan dalam penelitian ini. Selanjutnya, tingkat akurasi metode tersebut dihitung berdasarkan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), dan diperoleh hasil peramalan yang sangat akurat dengan nilai MAPE sebesar 4.32%.

Kata Kunci: Peramalan; Harga emas; Model *Fuzzy* Grey Markov (2,1).

Abstract

Gold investment is currently considered promising even though gold prices continue to change. This is a challenge for investors in obtaining optimal profits, so an appropriate forecasting method is needed to predict the price of gold in Indonesia. This research introduces a novel approach called the Fuzzy Grey Markov Model (2,1) (FGMM(2,1)), which has never been used before. This combined method utilizes fuzzy logic to handle uncertainty in the data, the Grey model to form a forecasting model, and Markov chains to determine the state transition probability matrix. The FGMM(2,1) approach is interesting to study because it can be considered in forecasting data that shows varying increases and decreases, such as the gold price data used in this research. Furthermore, the method's accuracy level was calculated based on the Mean Absolute Percentage Error (MAPE) value, achieving very accurate forecasting results with a MAPE value of 4.32%.

Keywords: *forecasting; gold price; Fuzzy Grey Markov Model (2,1).*

1 PENDAHULUAN

Investasi emas menjadi hal yang dianggap menjanjikan karena harga emas yang cenderung mengalami kenaikan bertahap dalam jangka panjang. Hal ini membuat para investor emas menginginkan keuntungan yang optimal, yaitu dengan memperoleh harga rendah saat pembelian dan harga tinggi saat penjualan. Namun pada kenyataannya, harga emas yang terus berubah menimbulkan ketidakpastian dalam kegiatan investasi (Andriyanto, 2017), sehingga dibutuhkan suatu peramalan untuk membantu menjawab ketidakpastian yang ada. Sebelumnya, peramalan harga emas sudah dilakukan dengan berbagai metode peramalan, seperti menggunakan *double exponential*

e-ISSN: 2580-3239
p-ISSN: 2085-7993
Volume 23 No. 2 November 2024

smoothing (Andriyanto, 2017), *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity - Mixed Data Sampling* (GARCH-MIDAS) (Li dkk., 2021), *Autoregresif Integrated Moving Average* (ARIMA) dan *Support Vector Machine* (SVM) (Makala dan Li, 2021), dan lain-lain. Namun, metode-metode tersebut memerlukan asumsi yang harus dipenuhi, seperti mengikuti pola data tertentu. Model Grey (MG) adalah metode alternatif yang dapat digunakan untuk meramalkan harga emas tanpa memerlukan asumsi mengenai pola data, karena peramalan dilakukan dengan menyesuaikan pada informasi yang dimiliki.

Model Grey (MG(1,1)) dengan persamaan diferensial orde satu dan juga satu variabel penelitian merupakan bentuk model Grey yang paling sederhana, yang banyak digunakan untuk menangani ketidakpastian pada data yang kurang lengkap. Metode ini kemudian berkembang dengan menggunakan Model Grey (MG(2,1)), yang memanfaatkan persamaan diferensial orde dua untuk menangani data yang menunjukkan kenaikan dan penurunan harga yang bervariasi (Rathnayaka dkk., 2015). Tak hanya itu, metode MG dikembangkan kembali dengan memanfaatkan rantai Markov, membentuk Model Grey Markov (MGM). Hal ini dilakukan untuk memperbaiki nilai peramalan dengan memprediksi kesalahan dari hasil peramalan MG(1,1) (Samet dan Mojallal, 2014) dan meningkatkan akurasi peramalan MG(2,1) (Li dan He, 2015). Pengembangan metode MGM berlanjut dengan menggabungkan teori *fuzzy* untuk menangani pengaruh fluktuasi acak dan kemampuan anti-interferensi yang lemah dari rantai Markov, sehingga memberikan hasil peramalan yang lebih akurat (Geng dkk., 2015). Pengembangan ini menghasilkan Model *Fuzzy* Grey Markov (MFGM(1,1)) dengan persamaan diferensial orde satu dan satu variabel penelitian, yang banyak digunakan untuk membantu meramalkan volume lalu lintas (Govindan dkk., 2021), dan meramalkan waktu nyata dari penyakit COVID-19 (Nagarajan dkk., 2022)

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Geng dkk. (2015), Govindan dkk. (2021) dan Nagarajan dkk. (2022), dimungkinkan untuk melakukan peramalan menggunakan pendekatan baru, yaitu MFGM(2,1). Metode ini merupakan metode peramalan gabungan dari MG, logika *fuzzy* dan rantai Markov seperti metode MFGM(1,1), namun MFGM(2,1) menggunakan MG(2,1) sebagai inisiasi awal peramalan. Penggunaan MG(2,1) membuat MFGM(2,1) menjadi metode peramalan yang dapat dipertimbangkan untuk menangani data non-monotonik. Dengan demilkian, pada penelitian ini, dilakukan peramalan harga emas PT Antam (Persero) Tbk menggunakan metode peramalan baru yang belum pernah digunakan sebelumnya, yaitu MFGM(2,1). Harapannya, MFGM(2,1) dapat memberikan nilai peramalan yang akurat, mengingat data harga emas yang digunakan dalam peramalan ini berfluktuasi dan bersifat non-monotonik. Selanjutnya, akurasi hasil peramalan dilihat berdasarkan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Proses pengelolaan dan perhitungan data pada penelitian ini menggunakan bantuan *Microsoft Excel* dan *Python*.

2 KAJIAN PUSTAKA

2.1 Model Grey (2,1)

Model Grey (2,1) atau MG(2,1) merupakan model Grey yang menggunakan persamaan diferensial orde dua dan juga satu variabel penelitian dalam perhitungannya. MG(2,1) merupakan pengembangan dari MG(1,1), yang secara teori merupakan turunan dari bentuk MG(1,1). Pada MG(1,1), digunakan *One-time Accumulated Generating Operation* (1-AGO) untuk membentuk data baru dalam peramalan. Sedangkan, pada MG(2,1) digunakan tambahan barisan yaitu *One-time Inverse Accumulated Generating Operation* (1-IAGO) atau barisan invers data akumulasi satu kali, sebagai input dalam perhitungan. Secara teoritis, MG(2,1) dapat dipertimbangkan untuk menggambarkan data dengan proses perubahan yang non-monotonik (Liu dan Lin, 2006).

Asumsikan $X^{(0)}$ sebagai barisan data aktual yang non-negatif, seperti pada persamaan (1),

$$X^{(0)} = \left(x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \cdots, x^{(0)}(n)\right), \tag{1}$$

e-ISSN: 2580-3239
p-ISSN: 2085-7993
Volume 23 No. 2 November 2024

dengan $x^{(0)}(k) \geq 0, k = 1,2,\dots,n$, dimana k menyatakan urutan data dan n menyatakan banyak data yang digunakan. Kemudian $X^{(1)}$ dinyatakan sebagai 1-AGO atau barisan data akumulasi satu kali, yang ditunjukkan pada persamaan (2),

$$X^{(1)} = \left(x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \cdots, x^{(1)}(n)\right), \tag{2}$$

dengan $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} x^{(0)}(i)\ , k = 1,2,\dots,n$. Kemudian asumsikan juga $\alpha^{(1)}X^{(0)}$ sebagai barisan 1-IAGO, yang ditunjukkan pada persamaan (3),

$$\alpha^{(1)}X^{(0)} = \left(\alpha^{(1)}x^{(0)}(2), \alpha^{(1)}\, x^{(0)}(3), \cdots, \alpha^{(1)}\, x^{(0)}(n)\right), \tag{3}$$

dengan $\alpha^{(1)}x^{(0)}(k) = x^{(0)}(k) - x^{(0)}(k-1)$ dan $k = 2,3,\dots,n$. Selanjutnya, asumsikan juga $Z^{(1)}$ sebagai barisan *Mean Generating Operation* (MGO) atau barisan rataan yang dihasilkan dari dua data $X^{(1)}$ yang berurutan, yang ditunjukkan oleh persamaan (4),

$$Z^{(1)} = \left(z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \cdots, z^{(1)}(k)\right), \tag{4}$$

dengan $z^{(1)}(k) = \frac{x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)}{2}$ dan $k = 2,3,\dots,n$, sehingga diperoleh persamaan diferensial MG(2,1) yang memenuhi syarat *horizontal mapping relation*, yakni,

$$\alpha^{(1)}x^{(0)}(k) + c_1 x^{(0)}(k) + c_2 z^{(1)}(k) = g, \tag{5}$$

dengan c_1 dan c_2 merupakan *developing coefficient* dan g merupakan nilai input Grey. Nilai parameter c_1, c_2 dan g dapat dihitung menggunakan persamaan (6), (7) dan (8),

$$c_1 = \frac{\begin{gathered}\left((n-1)\sum_{k=2}^{n} x^{(0)}(k)\cdot\alpha^{(1)}x^{(0)}(k) - \sum_{k=2}^{n}\alpha^{(1)}x^{(0)}(k)\cdot\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\right)\sum_{k=2}^{n}\left[z^{(1)}(k)\right]^2 \\ -\left(\left(\sum_{k=2}^{n} z^{(1)}(k)\right)^2\cdot\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot\alpha^{(1)}x^{(0)}(k)\right) + \sum_{k=2}^{n}\alpha^{(1)}x^{(0)}(k)\cdot\sum_{k=2}^{n}z^{(1)}(k)\cdot\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot z^{(1)}(k) \\ +\left((1-n)\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot z^{(1)}(k) + \sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot\sum_{k=2}^{n}z^{(1)}(k)\right)\sum_{k=2}^{n}z^{(1)}(k)\cdot\alpha^{(1)}x^{(0)}(k)\end{gathered}}{\begin{gathered}\left((1-n)\sum_{k=2}^{n}[x^{(0)}(k)]^2 + \left(\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\right)^2\right)\sum_{k=2}^{n}[z^{(1)}(k)]^2 + \left(\sum_{k=2}^{n}z^{(1)}(k)\right)^2\cdot\sum_{k=2}^{n}[x^{(0)}(k)]^2 \\ +\left((n-1)\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot z^{(1)}(k) - 2\sum_{k=2}^{n}z^{(1)}(k)\cdot\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\right)\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot z^{(1)}(k)\end{gathered}} \tag{6}$$

dan

$$c_2 = \frac{\begin{gathered}\left((n-1)\sum_{k=2}^{n} x^{(0)}(k)\cdot\alpha^{(1)}x^{(0)}(k) - \sum_{k=2}^{n}\alpha^{(1)}x^{(0)}(k)\cdot\sum_{k=2}^{n}z^{(1)}(k)\right)\sum_{k=2}^{n}\left[x^{(0)}(k)\right]^2 \\ +\left((1-n)\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot z^{(1)}(k) + \sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot\sum_{k=2}^{n}z^{(1)}(k)\right)\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot\alpha^{(1)}x^{(0)}(k) \\ +\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\left(\sum_{k=2}^{n}\alpha^{(1)}x^{(0)}(k)\cdot\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot z^{(1)}(k) - \sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\sum_{k=2}^{n}z^{(1)}(k)\cdot\alpha^{(1)}x^{(0)}(k)\right)\end{gathered}}{\begin{gathered}\left((1-n)\sum_{k=2}^{n}[z^{(1)}(k)]^2 + \left(\sum_{k=2}^{n}z^{(1)}(k)\right)^2\right)\sum_{k=2}^{n}[x^{(0)}(k)]^2 + \left(\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\right)^2\cdot\sum_{k=2}^{n}[z^{(1)}(k)]^2 \\ +\left((n-1)\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot z^{(1)}(k) - 2\sum_{k=2}^{n}z^{(1)}(k)\cdot\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\right)\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k)\cdot z^{(1)}(k)\end{gathered}} \tag{7}$$

serta

$$g = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{k=2}^{n}\alpha^{(1)}x^{(0)}(k) + c_1\sum_{k=2}^{n}x^{(0)}(k) + c_2\sum_{k=2}^{n}z^{(1)}(k)\right]. \tag{8}$$

Selanjutnya, solusi umum MG(2,1) pada persamaan (5) diperoleh dengan persamaan (9),

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \bar{x}^{(1)}(k+1) + \frac{g}{c_2}, \tag{9}$$

dimana $\bar{x}^{(1)}(k+1)$ adalah solusi umum dari persamaan homogen yang sesuai pada persamaan (5). Nilai dari $\bar{x}^{(1)}(k+1)$ dapat dihitung dengan memanfaatkan fungsi karakteristik yaitu $\lambda^2 + c_1\lambda + c_2 = 0$, dengan $\Delta = c_1^2 - 4c_2$.

Terdapat tiga situasi yang mungkin untuk menentukan nilai $\bar{x}^{(1)}(k+1)$, yaitu:

1. Jika nilai $\Delta > 0$, maka nilai $\bar{x}^{(1)}(k+1)$ dapat diperoleh menggunakan persamaan (10),

$$\bar{x}^{(1)}(k+1) = v_1 e^{\lambda_1 k} + v_2 e^{\lambda_2 k}, \tag{10}$$

e-ISSN: 2580-3239
p-ISSN: 2085-7993
Volume 23 No. 2 November 2024

dengan nilai $\lambda_1 = \frac{-c_1+\sqrt{c_1^2-4c_2}}{2}$ dan $\lambda_2 = \frac{-c_1-\sqrt{c_1^2-4c_2}}{2}$.

2. Jika nilai $\Delta = 0$, maka nilai $\bar{x}^{(1)}(k+1)$ dapat diperoleh menggunakan persamaan (11),

$$\bar{x}^{(1)}(k+1) = e^{\frac{c_1}{2}k}(v_1 + v_2 k), \tag{11}$$

dengan $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$.

3. Jika nilai $\Delta < 0$, maka nilai $\bar{x}^{(1)}(k+1)$ dapat diperoleh menggunakan persamaan (12),

$$\bar{x}^{(1)}(k+1) = e^{\gamma k}\big(v_1 cos(\beta k) + v_2 cos(\beta k)\big), \tag{12}$$

dengan $\gamma = -\frac{c_1}{2}$ dan $\beta = \frac{\sqrt{4c_2-c_1^2}}{2}$.

Nilai peramalan MG(2,1) dapat dihitung menggunakan persamaan (13), dengan memanfaatkan nilai $\hat{x}^{(1)}(k+1)$ dari persamaan (9),

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k). \tag{13}$$

2.2 Rantai Markov

Misalkan suatu proses stokastik $X(n)$ dengan indeks parameter $n = \{0,1,2,\ldots\}$ dan ruang keadaan $i = \{0,1,2,\ldots\}$ berlaku:

$$P\{X(n+1) = j \,|X(0) = i_0, X(1) = i_1, \ldots, X(n-1) = i_{n-1}, X(n) = i)$$
$$P\{X(n+1) = j \,|X(n) = i\} = p_{ij}, \forall\, i_0, i_1, \ldots, i_{n-1}, i, j, n, \tag{14}$$

maka proses tersebut dinamakan rantai Markov dengan waktu diskrit dan p_{ij} merupakan peluang transisi dari keadaan i ke keadaan j (Osaki, 1992). Selanjutnya, matriks peluang transisi keadaan satu langkah dari rantai Markov didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{P} = [p_{ij}] = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \cdots & p_{0k} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1k} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{k0} & p_{k1} & p_{k2} & \cdots & p_{kk} \end{bmatrix}, \tag{15}$$

dengan $p_{ij} \geq 0$ dan $\sum_{j=0}^{\infty} p_{ij} = 1$ $(i, j = 0,1,2,\ldots,k)$.

2.3 Logika *Fuzzy*

Logika *fuzzy* pertama kali dikembangkan oleh Zadeh (1965) dari teori himpunan *fuzzy*. Dalam teori tersebut, derajat keanggotaan berperan penting dalam menentukan apakah suatu elemen ada atau tidak dalam himpunan. Derajat keanggotaan ini direpresentasikan dalam bentuk fungsi keanggotaan, yang kini menjadi ciri dari proses penalaran dengan logika *fuzzy* (Kusumadewi dan Purnomo, 2010). Pada logika klasik hanya mengetahui dua nilai, 0 atau 1, sedangkan logika *fuzzy* menggeneralisasi logika dua-nilai klasik dengan menyatakan derajat kebenaran dari suatu proposisi menjadi suatu bilangan interval $[0,1]$ (Wang, 1997). Secara umum, proses penerapan logika *fuzzy* terdiri atas dua tahap yaitu proses fuzzifikasi dan defuzzifikasi.

2.4 Akurasi Peramalan

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) merupakan salah satu metode evaluasi peramalan yang paling banyak digunakan. MAPE dinyatakan sebagai rata-rata dari nilai kesalahan, yang

e-ISSN: 2580-3239
p-ISSN: 2085-7993
Volume 23 No. 2 November 2024

mempertimbangkan pengaruh dari besarnya nilai aktual terhadap model. MAPE dapat dihitung menggunakan persamaan (16) (Lawrence dkk., 2009),

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^{n} \left| \frac{Y(t) - \hat{Y}(t)}{Y(t)} \right|}{n}, \tag{16}$$

dengan
n : banyaknya data yang diprediksi
$Y(t)$: data aktual pada waktu t
$\hat{Y}(t)$: data peramalan pada waktu t.

Semakin rendah nilai MAPE yang diperoleh, maka semakin akurat model peramalan yang digunakan. Tabel 1 menyajikan skala untuk menilai akurasi peramalan berdasarkan ukuran MAPE.

Tabel 1 Skala penilaian kesalahan peramalan berdasarkan MAPE

MAPE	**Tingkat akurasi**
$\leq 10\%$	Peramalan sangat akurat
$10\% < MAPE \leq 20\%$	Peramalan akurat
$20\% < MAPE \leq 50\%$	Peramalan wajar
$> 50\%$	Peramalan tidak akurat

(Lewis (1982) dalam Lawrence dkk. (2009, p. 60))

3 METODE PENELITIAN

3.1 Objek Penelitian

Objek dalam penelitian ini adalah MFGM(2,1), yang merupakan perluasan dari MG(2,1), dengan menggabungkan logika *fuzzy* dan rantai Markov ke dalam proses peramalannya. Selanjutnya, metode ini diterapkan pada data harga emas harian seberat satu gram di Indonesia sejak 1 Februari 2024 hingga 1 Maret 2024. Data tersebut diperoleh dari situs resmi PT ANTAM Tbk Unit Bisnis Pengolahan dan Pemurnian Logam Mulia (https://logammulia.com).

3.2 Peramalan Model *Fuzzy* Grey Markov (2,1)

Model *Fuzzy* Grey Markov (2,1) atau MFGM(2,1) merupakan metode peramalan gabungan yang memanfaatkan turunan dari MG(1,1), yaitu MG(2,1), sebagai inisiasi awal peramalannya. Penggunaan MG(2,1) membuat MFGM(2,1) menjadi model peramalan yang dapat dipertimbangkan untuk digunakan pada peramalan data non-monotonik. Pada konsepnya, MFGM(2,1) memanfaatkan nilai eror relatif yang diperoleh dari hasil peramalan MG(2,1) ke dalam kelas-kelas interval. Selanjutnya, dilakukan proses fuzzifikasi dengan memanfaatkan rantai Markov untuk membentuk matriks peluang transisi keadaan, dan diakhiri proses defuzzifikasi untuk memperoleh hasil peramalan dengan metode MFGM(2,1).

Langkah-langkah peramalan menggunakan MFGM(2,1) adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai peramalan harga emas menggunakan MG(2,1) berdasarkan persamaan (1-13).
2. Menghitung nilai eror relatif ($\varepsilon(k)$) dengan mensubstitusikan hasil peramalan MG(2,1) ke dalam persamaan (17).

$$\varepsilon(k) = \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \times 100. \tag{17}$$

3. Mendefinisikan *Universe of Discourse* dari data pengamatan melalui interval (Tsaur, 2012) :

$$U = [D_{min} - D_1, D_{max} + D_2], \tag{18}$$

e-ISSN: 2580-3239
p-ISSN: 2085-7993
Volume 23 No. 2 November 2024

dengan D_{min} merupakan data dengan nilai paling minimum, D_{max} merupakan data dengan nilai paling maksimum, serta D_1 dan D_2 adalah konstanta sembarang.

4. Mempartisi U ke dalam interval kelas-kelas eror dengan menentukan banyak kelas interval (K) yang disesuaikan dengan kebutuhan data pengamatan, dan menentukan panjang interval (l) dihitung dengan rumus berikut:
$$l = \frac{[(D_{max} + D_2) - (D_{min} - D_1)]}{K}. \quad (19)$$
Kemudian interval dari tiap kelas yang ada diperoleh dengan formula seperti persamaan (20),
$$u_i = [D_{min} - D_1 + (i-1)l\ , D_{max} + D_2 + il], \quad (20)$$
dengan $i = 1,2,\ldots,K$. Untuk interval tiap kelas yang ada ditulis menjadi $u_1 = [d_0, d_1]$, $u_2 = [d_1, d_2]$,.., $u_i = [d_{(i-1)}, d_i]$, dimana tiap anggota himpunan mewakili kondisi tertentu.
5. Menentukan fungsi keanggotaan untuk tiap keadaan *fuzzy* untuk mengubah nilai tegas menjadi nilai *fuzzy*. Fungsi keanggotaan *fuzzy* dengan memanfaatkan representasi segitiga dapat direpresentasikan sebagai (Nagarajan dkk., 2022):
$$\mu_1(x) = \begin{cases} 1\ ; d_0 \le x \le \dfrac{d_0 + d_1}{2} \\ \dfrac{d_1 + d_2 - 2x}{d_2 - d_0}\ ; \dfrac{d_0 + d_1}{2} \le x \le \dfrac{d_1 + d_2}{2} \\ 0\ ; \text{otherwise,} \end{cases} \quad (21)$$
$$\mu_i(x) = \begin{cases} \dfrac{2x - d_{i-2} - d_{i-1}}{d_i - d_{i-2}}\ ; \dfrac{d_{i-2} + d_{i-1}}{2} \le x \le \dfrac{d_{i-1} + d_i}{2} \\ \dfrac{d_{i+1} - d_{i-1} - 2x}{d_{i+1} - d_{i-1}}\ ; \dfrac{d_{i-1} + d_i}{2} \le x \le \dfrac{d_i + d_{i+1}}{2} \\ 0\ ;\ \text{otherwise,} \end{cases} \quad (22)$$
dan
$$\mu_n(x) = \begin{cases} \dfrac{2x - d_{n-2} - d_{n-1}}{d_n - d_{n-2}}\ ; \dfrac{d_{n-2} + d_{n-1}}{2} \le x \le \dfrac{d_{n-1} + d_n}{2} \\ 1\ ; \dfrac{d_{n-1} + d_n}{2} \le x \le d_n \\ 0\ ;\ \text{otherwise,} \end{cases}, \quad (23)$$
6. Menghitung derajat keanggotaan dari tiap keadaan *fuzzy* dengan mensubstitusikan nilai eror relatif tiap keadaan ke fungsi keanggotaan yang sesuai, untuk menghasilkan vektor *fuzzy* yang dinyatakan sebagai:
$$F(\varepsilon(k)) = \{\mu_{A_1}(\varepsilon(k)), \mu_{A_2}(\varepsilon(k)), \ldots, \mu_{A_n}(\varepsilon(k))\}, \quad (24)$$
dengan $\mu_{A_i}(\varepsilon(k))$ adalah fungsi keanggotaan dari eror relatif $(\varepsilon(k))$ pada himpunan *fuzzy* A_i.
7. Membuat matriks peluang transisi keadaan satu langkah dari tiap transisi keadaan *fuzzy* menggunakan persamaan (15).
8. Melakukan fuzzifikasi untuk keadaan selanjutnya dengan mengalikan vektor *fuzzy* periode sebelumnya dengan matriks peluang transisi satu langkah (Nagarajan dkk., 2022).
$$F(\varepsilon(k+1)) = F(\varepsilon(k)) \times \mathbf{P} = \{\mu_{A_1}(\varepsilon(k+1)), \mu_{A_2}(\varepsilon(k+1), \ldots, \mu_{A_n}(\varepsilon(k+1))\}, \quad (25)$$
dengan $\mu_{A_i}(\varepsilon(k+1))$ merupakan nilai keanggotaan dari $\varepsilon(k+1)$ himpunan *fuzzy* A_i.
9. Melakukan defuzzifikasi dengan mengubah bentuk fuzzifikasi dari nilai eror relatif yang merupakan hasil fuzzifikasi menjadi bentuk nilai tegas dengan memanfaatkan persamaan (26) (Geng dkk., 2015).

e-ISSN: 2580-3239
p-ISSN: 2085-7993
Volume 23 No. 2 November 2024

$$\varepsilon(k+1) = \frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{n} \mu_{A_i}\big(\varepsilon(k+1)\big)(d_{i-1} + d_i)\right], \tag{26}$$

dengan d_{i-1} adalah batas bawah interval dan d_i adalah batas atas kelas interval.

10. Menghitung nilai peramalan dari MFGM(2,1) menggunakan persamaan (27) (Geng dkk., 2015),

$$\hat{y}(k+1) = \frac{\hat{x}^{(0)}(k+1)}{1 - \varepsilon(k+1)}, k = 1,2, \dots, n, \tag{27}$$

4 HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Penerapan MFGM(2,1) pada Data Harga Emas di Indonesia

Langkah pertama dalam meramalkan harga emas adalah dengan menghitung nilai inisiasi peramalan menggunakan MG(2,1) menggunakan persamaan (1) hingga persamaan (13). Hasilnya ditunjukkan pada Tabel 2, yang juga menunjukkan nilai kesalahan relatif antara nilai aktual dan nilai prediksi.

Tabel 2. Hasil peramalan harga emas menggunakan MG(2,1)

Data ke- (k)	Data Aktual	MG(2,1)	Relatif Eror
1	1,143,000	1,143,000	0
2	1,151,000	1.143.872,650	0,6192
⋮	⋮	⋮	⋮
29	1,138,000	2.043.988,584	-79,6124
30	1,142,000	2.262.679,143	-98,133

Kemudian, nilai eror relatif digunakan untuk menentukan *Universe of Discourse*, yang akan dibagi ke dalam kelas-kelas eror dengan panjang yang sama. Berdasarkan hasil perhitungan, ditentukan lima kelas eror yang didefinisikan dalam interval $U = [-98{,}2\,, 0{,}7]$, sedangkan interval tiap kelas dapat direpresentasikan dengan kedaan seperti pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil peramalan harga emas menggunakan MG(2,1)

Himpunan *fuzzy*	Kondisi	Interval
A_1	Harga emas sangat rendah	$[-98{,}20\,, -78{,}42]$
A_2	Harga emas rendah	$[-78{,}42\,, -58{,}64]$
A_3	Harga emas sedang	$[-58{,}64\,, -38{,}86]$
A_4	Harga emas tinggi	$[-38{,}86\,, -19{,}08]$
A_5	Harga emas sangat tinggi	$[-19{,}08\,, 0{,}70]$

Selanjutnya, Fungsi keanggotaan untuk tiap keadaan *fuzzy*, yaitu $\mu_1(x)$, $\mu_2(x)$, $\mu_3(x)$, $\mu_4(x)$ dan $\mu_5(x)$ dibentuk menggunakan persamaan (21-23), sebagai berikut:

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 1 & ; -98{,}20 \le x \le -88{,}31 \\ \dfrac{-137{,}06 - 2x}{39{,}56} & ; -88{,}31 \le x \le -68{,}53 \\ 0 & ; \text{ lainnya,} \end{cases}$$

e-ISSN: 2580-3239
p-ISSN: 2085-7993
Volume 23 No. 2 November 2024

$$\mu_2(x) = \begin{cases} \dfrac{2x + 176{,}62}{39{,}56} & ; -88{,}31 \le x \le -68{,}53 \\ \dfrac{-97{,}5 - 2x}{39{,}56} & ; -68{,}53 \le x \le -48{,}75 \\ 0 & ; \text{ lainnya,} \end{cases}$$

$$\mu_3(x) = \begin{cases} \dfrac{2x + 137{,}06}{39{,}56} & ; -68{,}53 \le x \le -48{,}75 \\ \dfrac{-57{,}94 - 2x}{39{,}56} & ; -48{,}75 \le x \le -28{,}97 \\ 0 & ; \text{ lainnya,} \end{cases}$$

$$\mu_4(x) = \begin{cases} \dfrac{2x + 97{,}5}{39{,}56} & ; -48{,}75 \le x \le -28{,}97 \\ \dfrac{-18{,}38 - 2x}{39{,}56} & ; -28{,}97 \le x \le -9{,}19 \\ 0 & ; \text{ lainnya,} \end{cases}$$

dan

$$\mu_5(x) = \begin{cases} \dfrac{2x + 57{,}94}{39{,}56} & ; -28{,}97 \le x \le -9{,}19 \\ 1 & ; -9{,}19 \le x \le 0{,}70 \\ 0 & ; \text{ lainnya.} \end{cases}$$

Kemudian derajat keanggotaan dari tiap keadaan *fuzzy* untuk data ke-1 dihitung dengan mensubstitusikan nilai eror relatif data ke-1 ke dalam fungsi keanggotaan *fuzzy*. Nilai kesalahan relatif hari ke-1 adalah 0, sehingga derajat keanggotaannya adalah $\mu_1(x) = 0$, $\mu_2(x) = 0$, $\mu_3(x) = 0$, $\mu_4(x) = 0$ dan juga $\mu_5(x) = 1$. Sebagai hasilnya, vektor *fuzzy* untuk data ke-1 adalah (0, 0, 0, 0, 1). Lalu matriks peluang trasisis satu langkah dibentuk menggunakan persamaan (15) menghasilkan,

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}33333333 & 0{,}06666667 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}04545455 & 0{,}95454545 \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya, bentuk fuzzifikasi dari nilai eror relatif peramalan harga emas untuk data ke-2 dihitung dengan mengalikan vektor *fuzzy* data ke-1 dengan matriks peluang transisi satu langkah. Sebagai hasilnya, bentuk fuzzifikasi untuk data ke-2 adalah (0, 0, 0, 0,045455, 0,954545). Oleh karena itu dapat dihitung nilai tegas dari eror relatif peramalan harga emas untuk data ke-2 menggunakan persamaan (26), sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \varepsilon(k+1) &= (0)\left(\frac{-98{,}20 - 78{,}42}{2}\right) + (0)\left(\frac{-78{,}42 - 58{,}64}{2}\right) + (0)\left(\frac{-58{,}64 - 38{,}86}{2}\right) \\ &\quad + (0{,}045455)\left(\frac{-38{,}86 - 19{,}08}{2}\right) + (0{,}954545)\left(\frac{-19{,}08 + 0{,}70}{2}\right) \\ &= -10{,}08909091. \end{aligned}$$

Akhirnya, peramalan harga emas untuk data ke-2 menggunakan MFGM(2,1) dihitung menggunakan persamaan (27), diperoleh:

$$\hat{y}^{(0)}(k+1) = \frac{1.151.000}{1 - (-0{,}1008909091)} = 1.039.042{,}688.$$

Selanjutnya, dengan cara yang sama, dapat dihitung nilai peramalan harga emas menggunakan MFGM(2,1) untuk data ke-3 sampai data ke-30. Hasil peramalan harga emas menggunakan MFGM(2,1) ditunjukkan pada Tabel 4.

e-ISSN: 2580-3239
p-ISSN: 2085-7993
Volume 23 No. 2 November 2024

Tabel 4. Hasil peramalan harga emas menggunakan MFGM(2,1)

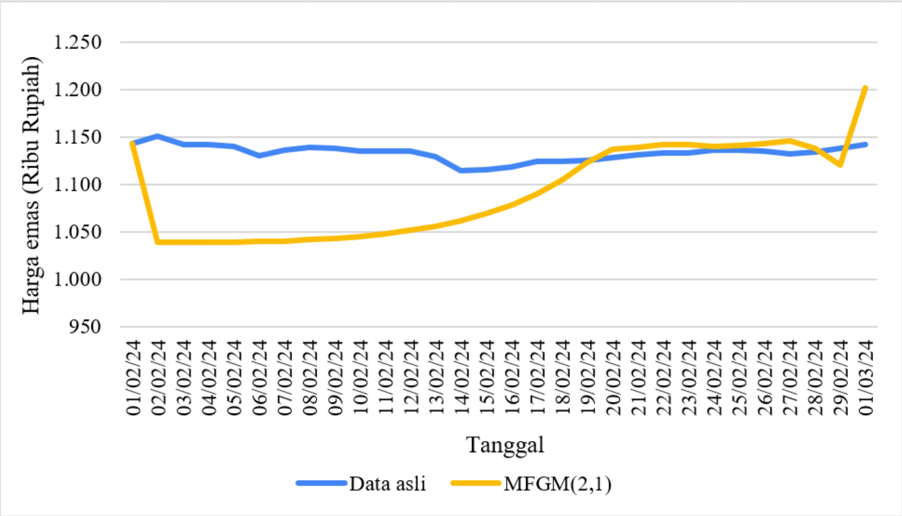
Data ke- (k)	Data Aktual	MFGM(2,1)
1	1,143,000	1.143.000
2	1,151,000	1.039.042,688
⋮	⋮	⋮
29	1,138,000	1.119.864,290
30	1,142,000	1.201.571,421

4.2 Akurasi hasil peramalan menggunakan MFGM(2,1)

Salah satu metode evaluasi peramalan yang banyak digunakan adalah MAPE, yang mengukur persentase rata-rata nilai absolut dari selisih antara nilai peramalan terhadap nilai aktual. Nilai MAPE dari hasil peramalan harga emas menggunakan MGFM(2,1) berdasarkan persamaan (16), diperoleh:

$$MAPE = \frac{1,296}{30} \times 100 = 4,32\%$$

Berdasarkan hasil perhitungan tersebut, dapat disimpulkan bahwa metode MFGM(2,1) menghasilkan nilai MAPE yang kecil, sehingga memberikan hasil peramalan harga emas yang sangat akurat. Kemudian grafik perbandingan hasil peramalan harga emas di Indonesia menggunakan MFGM(2,1) dan harga aktualnya disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik hasil peramalan harga emas di Indonesia menggunakan MFGM(2,1)

Berdasarkan Gambar 1, terlihat bahwa grafik hasil peramalan harga emas di Indonesia menggunakan MFGM(2,1) sedikit menjauh dari nilai aktual pada awal periode peramalan, kemudian mulai dari data ke-19 hasil prediksi cenderung mendekati nilai aktualnya.

5 SIMPULAN

Hasil peramalan harga emas di Indonesia menunjukkan bahwa metode MFGM(2,1) memberikan nilai peramalan yang lebih rendah dari nilai aktual pada awal periode peramalan, kemudian mulai dari data ke-19 hasil prediksi cenderung mendekati nilai aktualnya. Walaupun begitu, metode ini tetap memberikan hasil peramalan yang sangat akurat dengan nilai MAPE sebesar 4,32%. Dengan demikian, metode MFGM(2,1) dapat diandalkan untuk melakukan peramalan harga emas di Indonesia.

e-ISSN: 2580-3239
p-ISSN: 2085-7993
Volume 23 No. 2 November 2024

DAFTAR PUSTAKA

Andriyanto, T. (2017). Sistem Peramalan Harga Emas Antam Menggunakan Double Exponential Smoothing. *Intensif*, 1(1), 1.

Geng, N., Zhang, Y., Sun, Y., Jiang, Y., & Chen, D. (2015). Forecasting China's Annual Biofuel Production Using an Improved Grey Model. *Energies*, 8(10), 12080–12099.

Govindan, K., Ramalingam, S., & Broumi, S. (2021). Traffic volume prediction using intuitionistic fuzzy Grey-Markov model. *Neural Computing and Applications*, 33(19), 12905–12920.

Kusumadewi, S., & Purnomo, H. (2010). *Aplikasi Logika Fuzzy : untuk Pendukung Keputusan*. 2nd edn. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Lawrence, K.D., Klimberg, R.K., & Lawrence, S.M. (2009). Fundamentals of forecasting using Excel. *Industrial Press*.

Li, X., & He, X. (2015). Two Order Grey Markov Prediction Modeling and Its Application. *International Industrial Informatics and Computer Engineering Conference*.

Li, X., Li, D., Zhang, X., Wei, G., Bai, L. dan Wei, Y. (2021) 'Forecasting regular and extreme gold price volatility: The roles of asymmetry, extreme event, and jump', *Journal of Forecasting*, 40(8), pp. 1501–1523.

Liu, S., & Lin, Y. (2006). *Grey information : theory and practical applications.* London: Springer-Verlag.

Makala, D., & Li, Z. (2021). Prediction of gold price with ARIMA and SVM. *Journal of Physics: Conference Series*, 1767(1), 012022.

Nagarajan, D., Sujatha, R., Kuppuswami, G., & Kavikumar, J. (2022). Real-time forecasting of the COVID 19 using fuzzy grey Markov: a different approach in decision-making. *Computational and Applied Mathematics*, 41(6), 248.

Osaki, S. (1992). *Applied Stochastic System Modeling.* Japan: Springer.

Rathnayaka, R.M.K.T., Seneviratna, D.M.K.N., & Jianguo, W. (2015). Grey system based novel Sapproach for stock market forecasting. *Grey Systems*, 5(2), 178–193.

Samet, H., & Mojallal, A. (2014). Enhancement of electric arc furnace reactive power compensation using Grey-Markov prediction method. *IET Generation, Transmission and Distribution*, 8(9), 1626–1636.

Tsaur, R.-C. (2012). A fuzzy time series-markov chain model with an application to forecast the exchange rate between the taiwan and us dollar. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 8(7), 4931–4942.

Wang, L.-X. (1997). *A Course in Fuzzy Systems and Control*. New Jearsy: Prentice Hall.

Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338–353.